

**Cours de Recherche Opérationnelle**

**Année 2002 - 2003**

**EXAMEN BLANC 01**

**1<sup>ère</sup> session normale de Juin 1997**

Durée : 2 heures

Documents de cours autorisés

Barème :

- Question de cours 4 points
- Cas n°1 8 points
- Cas n°2 8 points

<b>I. Questions de cours</b>	<b>2</b>
<b>II. Cas n°1</b>	<b>3</b>
<b>On pose tout d'abord le problème</b>	<b>3</b>
<b>Itération n°1</b>	<b>4</b>
<b>Itération n°2</b>	<b>4</b>
<b>Itération n°3</b>	<b>5</b>
<b>Solution de base</b>	<b>5</b>
<b>Vérification de la solution de base</b>	<b>5</b>
<b>Trouver une solution optimisée</b>	<b>6</b>
<b>III. Cas n°2</b>	<b>7</b>
<b>Traduction en graphe (brut)</b>	<b>8</b>
<b>Traduction en graphe épuré</b>	<b>8</b>
<b>Réseau PERT</b>	<b>8</b>
<b>Réseau GANTT</b>	<b>9</b>

## I. Questions de cours

1. Qu'est ce que l'algorithme de Ford
2. Qu'est-ce que la méthode du simplexe
3. Qu'est-ce qu'un chemin Hamiltonien
4. Décrire la méthode PERT, ainsi que ses objectifs

## II. Cas n°1

Les entreprises de stockage A, B et C ont respectivement les capacités de livraison suivantes 180 palettes, 90 palettes, 270 palettes d'un produit très particulier que leur commande les sociétés clientes C1, C2, C3, C4 ayant des besoins respectifs de 150 palettes, 225 palettes, 90 palettes, 75 palettes.

Les coûts de transports sont indiqués par la matrice ci-dessous :

	Client 1	Client 2	Client 3	Client 4
Entrepôt A	36	30	33	30
Entrepôt B	48	54	51	45
Entrepôt C	63	66	57	60

1. Donner une solution de base en utilisant l'algorithme de BALAS-HAMMER.
2. Trouver la solution optimale.

### ***On pose tout d'abord le problème***

1. On indique la somme des « Besoins » par client.
2. On indique la somme des « Disponibilités » par entrepôts.
3. On calcule les « Delta », cela correspond à la différence entre les deux plus petites valeurs.
4. La somme des disponibilités doit toujours être égale à la somme des besoins.
5. La condition de non dégénérescence équivaut à  $[n * m - (n + m - 1)]$ .

Avec n, le nombre de ligne et m le nombre de colonnes.

Ici cela donne  $3 * 4 - (3 + 4 - 1) = 6$ .

	Client 1	Client 2	Client 3	Client 4
Entrepôt A	36	30	33	30
Entrepôt B	48	54	51	45
Entrepôt C	63	66	57	60

Dispo.	Delta
180	0
90	3
270	3

Besoins	150	225	90	75
Delta	12	24	18	15

540
-----

### Itération n°1

- On choisit le plus grand delta
  - Ici entre 12 . 24 . 18 . 15 . 0 . 3 . 3, on sélectionne 24.
- Pour la colonne ou la ligne en question, on choisit le plus petit chiffre.
  - Ici entre 30 . 54 . 66, on sélectionne 30.
- On essaye de saturer ensuite la ligne ou la colonne.
  - Pour le besoin ou la disponibilité la plus petite, on indique 0.
  - § Ici entre 180 et 225, on indique 0 dans les disponibilités.
  - A l'opposée, pour l'autre partie, on soustrait la valeur positionnée à 0.
  - § Ce qui donne  $225 - 180 = 45$ .
  - Pour la cellule « pivot », on remplace le chiffre par la valeur positionnée à 0.
- La ligne ou la colonne étant positionnée à 0 devient alors saturée.

	Client 1	Client 2	Client 3	Client 4	Dispo.	Delta
<b>Entrepôt A</b>	36	30 <b>180</b>	33	30	<b>0</b>	<b>0</b>
<b>Entrepôt B</b>	48	54	51	45	90	3
<b>Entrepôt C</b>	63	66	57	60	270	3
<b>Besoins</b>	150	<b>45</b>	90	75	360	
<b>Delta</b>	12	<b>24</b>	18	15		

### Itération n°2

- On recalcule les deltas, sans tenir compte des lignes ou colonnes saturées.
- On choisit le plus grand delta
  - Ici entre 15 . 12 . 6 . 15 . 3 . 3, on sélectionne 15.
- Pour la colonne ou la ligne en question, on choisit le plus petit chiffre.
  - Ici entre 45 . 60, on sélectionne 45.
- On essaye de saturer ensuite la ligne ou la colonne.
  - Pour le besoin ou la disponibilité la plus petite, on indique 0.
  - § Ici entre 90 et 75, on indique 0 dans les besoins.
  - A l'opposée, pour l'autre partie, on soustrait la valeur positionnée à 0.
  - § Ce qui donne  $90 - 75 = 15$ .
  - Pour la cellule « pivot », on remplace le chiffre par la valeur positionnée à 0.
- La ligne ou la colonne étant positionnée à 0 devient alors saturée.

	Client 1	Client 2	Client 3	Client 4	Dispo.	Delta
<b>Entrepôt A</b>	36	30 <b>180</b>	33	30	<b>0</b>	
<b>Entrepôt B</b>	48	54	51	<b>45 75</b>	<b>15</b>	3
<b>Entrepôt C</b>	63	66	57	60	270	3
<b>Besoins</b>	150	<b>45</b>	90	<b>0</b>	285	
<b>Delta</b>	15	12	6	<b>15</b>		

**Itération n°3**

- On recalcule les deltas, sans tenir compte des lignes ou colonnes saturées.
- On choisit le plus grand delta
  - Ici entre 15 . 12 . 6 . 3 . 3, on sélectionne 15.
- Pour la colonne ou la ligne en question, on choisit le plus petit chiffre.
  - Ici entre 45 . 60, on sélectionne 45.
- On essaye de saturer ensuite la ligne ou la colonne.
  - Pour le besoin ou la disponibilité la plus petite, on indique 0.
    - § Ici entre 150 et 15, on indique 0 dans les disponibilités.
  - A l'opposée, pour l'autre partie, on soustrait la valeur positionnée à 0.
    - § Ce qui donne  $150 - 15 = 135$ .
  - Pour la cellule « pivot », on remplace le chiffre par la valeur positionnée à 0.
- La ligne ou la colonne étant positionnée à 0 devient alors saturée.

	Client 1	Client 2	Client 3	Client 4	Dispo.	Delta
Entrepôt A	36 <b>0</b>	30 <b>180</b>	33 <b>0</b>	30 <b>0</b>	<b>0</b>	
Entrepôt B	48 <b>15</b>	54 <b>0</b>	51 <b>0</b>	45 <b>75</b>	<b>0</b>	<b>3</b>
Entrepôt C	63	66	57	<b>60 0</b>	270	3
Besoins	<b>135</b>	<b>45</b>	90	<b>0</b>	270	
Delta	15	12	6			

**Solution de base**

A la fin de cette itération, on se rend compte qu'il y a 6 zéros. Par conséquent le condition de non dégénérescence est vérifiée, on possède donc une première solution qui peut être la suivante :

	Client 1	Client 2	Client 3	Client 4	Dispo.
Entrepôt A	36 <b>0</b>	30 <b>180</b>	33 <b>0</b>	30 <b>0</b>	180
Entrepôt B	48 <b>15</b>	54 <b>0</b>	51 <b>0</b>	45 <b>75</b>	90
Entrepôt C	63 <b>135</b>	66 <b>45</b>	57 <b>90</b>	60 <b>0</b>	270
Besoins	150	225	90	75	540

**Vérification de la solution de base**

1. Somme des  $A_i =$  Somme des  $B_i$   
En effet :  $150+225+90+75 = 180+90+270 = 540$
2. Somme des  $X_{ij} = a_i$   
En effet :  $0+15+135 = 150 \dots$
3. Somme des  $X_{i1} = b_1$   
En effet :  $135+45+90+0 = 270 \dots$
4. Solution non dégénérée  
En effet il y a 6 zéros, ( $3*4 - (3+4-1) = 6$ ).

**Trouver une solution optimisée**

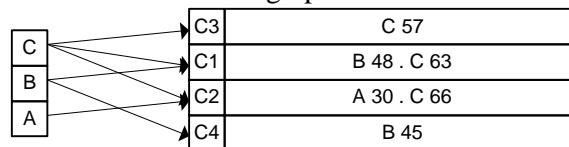
Rappel de la solution de base :

	Client 1	Client 2	Client 3	Client 4	Dispo.
<b>Entrepôt A</b>	36 <b>0</b>	30 <b>180</b>	33 <b>0</b>	30 <b>0</b>	180
<b>Entrepôt B</b>	48 <b>15</b>	54 <b>0</b>	51 <b>0</b>	45 <b>75</b>	90
<b>Entrepôt C</b>	63 <b>135</b>	66 <b>45</b>	57 <b>90</b>	60 <b>0</b>	270
<b>Besoins</b>	150	225	90	75	540

Le coût associé à la solution de base correspond à :

$$15*48 + 135*63 + 180*30 + 45*66 + 90*57 + 75*45 = \mathbf{26\ 100}$$

1. Traduction de la solution en graphe :



2. On repère le coût de transport le plus élevé :  
Liaison entre C à C2 : 66
3. La ligne associée à ce coût possède un potentiel à 0
4. On détermine les potentiels

### III. Cas n°2

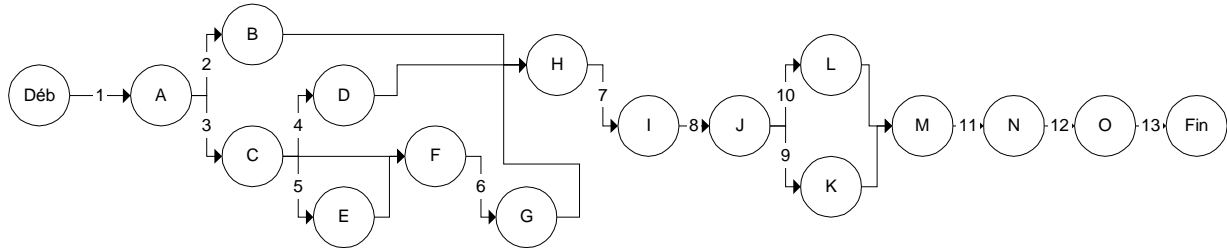
La société EVENEMENT SPORTIF S.A. souhaite lancer une nouvelle course cycliste. Elle choisit de gérer la mise au point et lancement de celle-ci sous la forme d'un projet. Elle a donc recensé les tâches nécessaires pour mener à bien les diverses actions à réaliser. Puis elle a évalué les délais nécessaires à la réalisation de chaque tâches. L'ensemble de ces informations sont synthétisées dans le tableau ci-dessous :

N° tâche	Nom tâche	Durée (en jours)	Prédécesseurs
1	Choix du lieu et de la date de la course	1	
2	Obtentions des autorisations nécessaires	20	1
3	Engagements des sponsors	12	1
4	Création des différents formulaires	15	3
5	Commandes des maillots	9	3
6	Recrutement des bénévoles nécessaires	3	3 . 5
7	Enregistrement des participants	25	4 . 2 . 6
8	Numérotation des dossards	4	7
9	Réalisation du parcours et de la course	5	8
10	Aménagement des zones de départ et d'arrivée	5	8
11	Remise des prix	1	9 . 10
12	Nettoyage du site	3	11
13	Clôture de la course	1	12

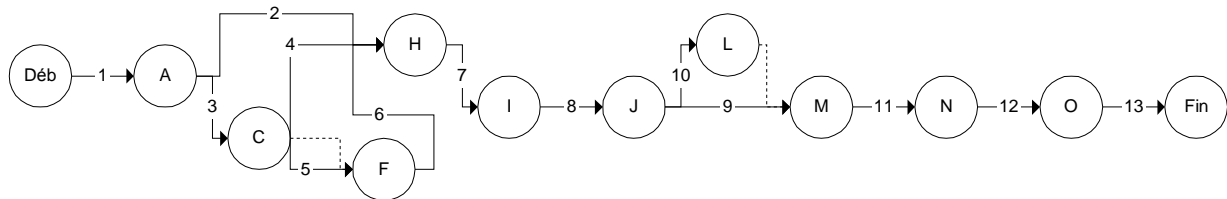
Il vous est demandé de :

- Tracer le graphe en utilisant la méthode des potentiels
- Déterminer le chemin critique
- Déterminer les marges
- Déterminer la durée totale du projet, évaluée en jours (il ne sera pas tenu compte des vacances éventuelles)
- Tracer le diagramme de GANTT

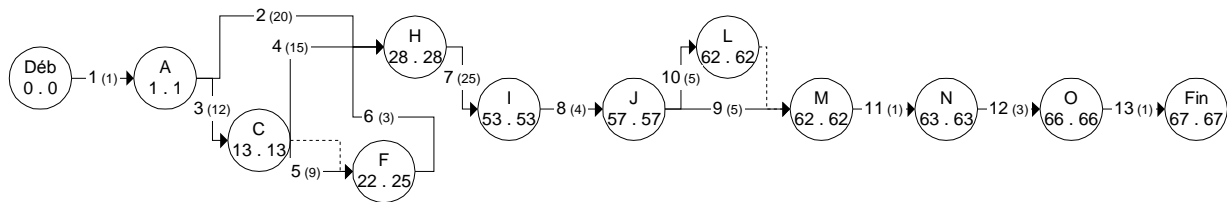
**Traduction en graphe (brut)**



**Traduction en graphe épuré**



**Réseau PERT**



La durée du projet est de 67 jours ouvrés.

Les chemins critiques sont les suivants :

- 1 . 3 . 4 . 7 . 8 . 10 . 11 . 12 . 13
- 1 . 3 . 4 . 7 . 8 . 9 . 11 . 12 . 13

Les marges sont les suivantes :

- 2 à 7 jours ouvrés.
- 5 à 3 jours ouvrés.



### Réseau GANTT

